

مقدمه‌ای کوتاه بر

مالیه ریاضیاتی ورسک

سرشناسه	: دیویس، ام. اچ. ا.، ۱۹۴۵-م. -Davis, M. H. A., 1945
عنوان و نام پدیدآور	: مقدمه‌ای کوتاه بر مالیه ریاضیاتی و ریسک/ نویسنده مارک دیویس؛ مترجم کاظم بیابانی خامنه.
مشخصات نشر	: تهران: آماره، ۱۴۰۱.
مشخصات ظاهری	: ۱۴۸ ص.: مصور، جدول، نمودار.
شابک	: 978-622-5286-15-3
وضعیت فهرست نویسی	: فیپا
یادداشت	: عنوان اصلی: Mathematical finance : a very short introduction, 2019.
یادداشت	: کتابنامه: ص. [۱۴۳] - ۱۴۴.
موضوع	: ریاضیات بازرگانی -- Business mathematics
شناسه افزوده	: بیابانی خامنه، کاظم، ۱۳۶۹ -، مترجم
رده بندی کنگره	: HF۵۶۹۱
رده بندی دیویی	: ۰۱۵۱/۶۵۰
شماره کتابشناسی ملی	: ۹۰۶۸۱۰۲

مقدمه‌ای کوتاه بر

مالیه ریاضیاتی ورسک

نویسنده:

مارک دیویس

مترجم:

کاظم بیابانی خامنه



نشر آماره

Nashr-e-Amareh, MMXXIII ش



نشرآماره

عنوان کتاب: مقدمه‌ای کوتاه بر مالیه ریاضیاتی و ریسک	Title: MATHEMATICAL FINANCE A Very Short Introduction
تالیف: مارک دیویس	Author: Mark H. A. Davis
مترجم: کاظم بیابانی خامنه	Translators: K. Biabany
شابک: ۹۷۸-۶۲۲-۵۲۸۶-۱۵-۳	ISBN: 978-622-5286-15-3
نوبت چاپ: اول تاریخ چاپ: ۱۴۰۱	The 1 st Edition Published: 2023
تیراژ: ۳۰۰ نسخه	Circulation: 300 impressions
هرگونه کپی برداری، اسکن و میکروفیلم، جزئی یا کلی بدون اجازه مکتوب نشر آماره ممنوع بوده و پیگرد قانونی دارد.	No portion of this book may be reproduced, by any process or technique, without the express written consent of the publisher (Amareh Press)
محتوای اصلی کتاب بازتاب اندیشه‌های پدیدآورنده‌ها توسط ناشر می‌باشد و مسئولیت درستی آن به عهده‌ی ایشان می‌باشد.	The views expressed in this book represent those of the individual Authors and Editors. These views do not necessarily reflect endorsement by the Publisher (Amareh Press)
ش تمامی حقوق چاپ و نشر برای نشر آماره محفوظ است.	ALL RIGHTS RESERVED: for the Amareh Press

دفتر مرکزی نشر آماره: تهران، میدان انقلاب، خیابان انقلاب، ابتدای خیابان دوازده فروردین،

پلاک ۳۱۶، واحد ۴ تلفن ۰۹۳۶۸۷۶۴۳۹۱

برای آگاهی از مراکز فروش و سایر اطلاعات به وبسایت نشر آماره مراجعه کنید:

www.nashre.amareh.ir

تقدیم به پدر و مادر

کاظم

درباره نویسنده



پروفسور مارک دیویس محقق ارشد گروه ریاضیات در امپریال کالج لندن بود که در سال ۲۰۲۰ و در ۷۴ سالگی درگذشت. دیویس پنج سال رئیس بخش تحقیق و توسعه محصول در بانک سرمایه گذاری بین المللی توکیو-میتسوبیشی مستقر در لندن بود که بر روی مدلهای قیمتگذاری و تحلیل ریسک محصولات مالی فعالیت داشت. وی همچنین دکترای تخصصی خود را در حوزه نظریه مارتینگیل کنترل استوکاستیک از دانشگاه کالیفرنیا در برکلی دریافت نمود. دیویس پس از آن به امپریال کالج لندن پیوست و به راه اندازی گروه ریاضیات مالی در امپریال کالج لندن اقدام نمود. او از جمله محققین سرشناس بین المللی در حوزههای تحلیل استوکاستیک، کنترل استوکاستیک و ریاضیات مالی بود که در سال ۲۰۰۲ هم جایزه نایلور در ریاضیات کاربردی را توسط انجمن ریاضی لندن دریافت کرد. این کتاب هفتمین کتاب پروفسور مارک دیویس و نیز آخرین دستاورد علمی منتشر شده از اوست که هدفش ارائه ایدههای اصلی حوزه ریاضیات مالی برای مخاطبین عمومی در سایر رشته های مرتبط است.

پیشگفتار مترجم

احتمالا در نگاه اول انتظار داشتید که با کتابی کوچک اما پر از فرمولهای ریاضی و با محاسبات پیچیده مالی مواجه باشید؛ ولی حتما با تورقی دیده‌اید که خیلی هم اینطور نیست. کتابی که در دست دارید از سری کتابهای یک مقدمه بسیار کوتاه انتشارات دانشگاه آکسفورد است که در سال ۲۰۱۹ منتشر شده و هدفش باز کردن دروازه ورود به دنیای جذاب و پیچیده مالیه ریاضیاتی است، که بعضا ریاضیات مالی هم نامیده می‌شود. در واقع حتی نیاز نیست از قبل آشنایی زیادی با ریاضیات و یا مالیه داشته باشید تا این کتاب برایتان مفید و جذاب باشد؛ آشنایی ابتدایی با کمی آمار و ریاضی سال اول دانشگاه و البته علاقه‌مندی به مباحث مالی و ریسک برای مطالعه کتاب کفایت می‌کند.

کتاب مروری جامع و سریع بر خواستگاه‌های ظهور ریاضیات در بازارهای مالی داشته و با حرکت در مسیر تاریخ علم روایت‌گر چگونگی توسعه مالیه ریاضیاتی توسط دانشمندانی از ریاضیات، فیزیک و اقتصاد است. همچنین بخش بزرگی از کتاب به مباحث ریسک مالی به ویژه مقداری‌سازی ریسک‌های اعتباری، بازار و نرخ بهره با استفاده از ابزارهای ریاضی تاکید داشته و همچنین مروری خوب بر اتفاقات بحران مالی سال ۲۰۰۸ و پیامدهای آن دارد و نشان می‌دهد که چگونه نواقص مدلسازی ریاضی و البته نادیده گرفتن ریسکها، بذر بحران‌های وسیع در بازارهای مالی را کاشته و آبیاری می‌کند.

با توجه به اهداف کتاب و مقدماتی بودن آن، مخاطبان اصلی کتاب علاقه‌مندان رشته‌های اقتصاد، ریاضی، مالی و حتی رشته‌های دیگر علوم پایه و مهندسی هستند که کنجکاوانه قصد آشنایی با این حوزه علم اقتصاد را دارند و به دنبال کاربردهای مباحث تئوریک ریاضیات در جهان واقعیت می‌گردند. در این میان البته تحلیلگران ریسک که در بخش بانکداری و بازارهای مالی فعال

هستند از مباحث کتاب بهره بسیاری خواهند برد، زیرا کتاب مروری سریع بر مفاهیم مقداری‌سازی و مدل‌سازی ریاضی ریسک مالی دارد، چیزی که آنها هر روز با آن سر و کار دارند.

با وجود اینکه تلاش شده بهترین ترجمه ممکن انجام شود محتملا کاستی‌هایی باقی مانده، از این رو قدردان انتقادات و پیشنهادات خوانندگان محترم خواهم بود¹. نهایتا لازم است از جناب آقای نوع پرست و همکاران محترم ایشان در نشر آماره سپاسگزاری کنم. امیدوارم ترجمه فارسی این کتاب گامی هرچند کوچک در جهت تشویق تحقیقات کاربردی بین رشته‌ای و ارتقای دانش ریسک مالی در ایران باشد.

کاظم بیابانی خامنه

بهار ۱۴۰۱

1. Biabany@outlook.com

پیشگفتار نویسنده

مالیه ریاضیاتی^۱ (MF) شامل تکنیک‌های ریاضیاتی، آماری و محاسباتی است که اکنون در دنیای مالی برای ارزشگذاری و مدیریت ریسک قراردادهای مالی و مکانیسم‌های معاملاتی آنها به طور گسترده مورد استفاده قرار می‌گیرند. تا همین دوره‌های اخیر، MF به شدت بر مسائل مربوط به آربیتراژ^۲ (امکان کسب سود بدون ریسک کردن) و مشتقات مالی^۳ (قراردادهایی که ارزش آنها از ارزش دارایی پایه^۴ مثل قیمت سهام یا نرخ ارز خارجی مشتق می‌شود) متمرکز بود. این روزها، در پاسخ به بحران مالی و توسعه سریع فناوری، محدوده این مسائل گسترده‌تر شده و مالیه ریاضیاتی بر مکانیزم‌های تعیین قیمت و زوایای جدیدی مثل معاملات الگوریتمی تاکید دارد.

MF در پنج زمینه اصلی ریشه دارد: اقتصاد مالی، آمار، نظریه احتمال (یا تحلیل استوکاستیک^۵)، تحلیل عددی^۶ و فناوری رایانشی. برای مدتی طولانی و تا حدی متناقض، سه مورد آخر غالب بودند. این موضوع به عنوان یک مبحث تخصصی در اقتصاد مالی مطرح می‌شد، اما با توسعه بیشتر آن مشخص شد که برای تحلیل اختیارات مالی^۷ مناسب هستند. آمار در این زمینه همیشه کاربرد داشت، اما به روشهای کاملاً متداول و سنتی. استفاده از روش‌های آماری پیچیده در سال‌های اخیر افزایشی عظیم داشته و اقتصاد مالی نیز از تجدید حیات MF بهره برد، در عین حال تاکید بر موضوعات قدیمی قیمت گذاری اختیار و پوشش ریسک تا حدی کاهش پیدا کرد؛ دلیل اصلی این روندها در فصل ۸ مورد بحث قرار می‌گیرد.

-
1. Mathematical finance
 2. arbitrage
 3. financial derivatives
 4. underlying asset
 5. stochastic analysis
 6. numerical analysis
 7. financial options

MF امروزی با مطالعه نظام‌مند ارزشگذاری اختیارات توسط پل ساموئلسون^۱ اقتصاددان و سایرین در MIT در دهه ۱۹۶۰ آغاز شد. ساموئلسون که جایزه نوبل اقتصاد را در دهه ۱۹۷۰ برای ارتقای سطح تحلیل‌های علوم اقتصادی دریافت نمود، یکی از کارهای قبلی لویی بachelier^۲ را ادامه داد (در فصل ۳ با جزئیات به آن پرداخته شده است) و متوجه شد که تحلیل استوکاستیک ابزار کلیدی بود که او نیاز داشت. استوکاستیک و تصادفی^۳ هر دو به معنای تصادفی هستند و عبارت «فرآیندهای استوکاستیک» برای اشاره به مطالعه ریاضیاتی حرکات تصادفی مثل قیمت‌های سهام یا الگوهای آب و هوایی در کتاب درسی جی. ال. دوپ^۴ در سال ۱۹۵۳ استفاده شد، که عنوان کتابش هم بود و بسیار مورد توجه قرار گرفت. از جمله موارد مورد علاقه برای ساموئلسون «حسابان استوکاستیک» بود که توسط ریاضیدان ژاپنی به نام کیوشی ایتو^۵ معرفی شد. واقعیت جالب این است که نظریه‌های ریاضی مرتبط با مالیه از ریاضیات نظری محض آمده‌اند و طبق باور معمول از ریاضیات کاربردی نشأت نگرفته‌اند. در اوایل دهه ۱۹۶۰ فقط تعداد کمی از علاقه‌مندان این مبحث درباره حسابان ایتویی^۶ شنیده بودند. اکنون همه کسانی که دوره کارشناسی ارشد MF را طی کرده‌اند همه چیز این موضوع را می‌شناسند.

مسئله قیمت گذاری اختیارات در نهایت توسط فیشر بلک و مایرون شولز^۷ (۱۹۷۳) قفلش باز شد و آنها معادله بلک-شولز^۸ را بدست آوردند، که مشهورترین معادله در اقتصاد مالی است. در همان سال نیز توسط رابرت مرتون^۹ از گروه MIT استنباط مستقلی ارائه شد که اکنون در کتابهای درسی مدرن دیده می‌شود. نتیجه این دستاورد منجر به انفجار فعالیت‌ها برای توسعه این نظریه و معاملات در بازارها شد.

یکی از نتایج جانبی گسترش این موضوع آن بود که دانشمندانی با مدرک PhD (در وهله اول فیزیکدانان)، جذب بازارها شدند و گونه‌ای به نام محاسبه‌گران کمی^{۱۰} (تحلیلگران مقداری) را شکل دادند که قادر به سر و کله زدن با پیچیدگی‌های فنی این موضوع بودند. در عین حال، پیشرفت‌های سریعی در فناوری‌های رایانشی صورت گرفت، که بدون آنها بازارهای اختیارات قادر به فعالیت نمی‌بودند. در طول زمان، دانشگاه‌ها دوره‌های تخصصی را در این زمینه ارائه نمودند، اما همچنان دانشجویان و متخصصین از رشته‌های مختلف علوم و مهندسی راه خود را به بازارهای مالی پیدا می‌کنند.

1. Paul Samuelson

2. Louis Bachelier

3. random

4. J.L. Doob

5. Kiyosi Itô

6. Itô calculus

7. Fischer Black and Myron Scholes

8. Black-Scholes formula

9. Robert Merton

10. quants

برگردیم به محتویات این کتاب. در فصل ۱ زمین بازی توصیف می‌شود: دنیای پول، بانکداری و بازارهای مالی. در فصل اول دارایی‌هایی که معامله می‌شوند و نیز برخی از ساز و کارهای معاملاتی مثل بازار آتی‌ها^۱ شرح داده می‌شوند و تعاریف ابتدایی اختیارات و برخی واژگان استاندارد ارائه خواهد شد. بدون این اطلاعات، قادر به درک هدف نظریه نخواهیم بود. فصل ۲ نظریه احتمال و استنباط‌های «فراوانی گرا^۲» و «ذهنی گرا^۳» در آن را شرح می‌دهد. ذهنی‌گرایی به دلیل ارتباط نزدیک با نظریه بنیادین قیمت‌گذاری دارایی^۴ (FTAP) مطرح می‌شود، که مهم‌ترین و گسترده‌ترین نتیجه در MF کلاسیک است و در فصل ۳ به آن پرداخته شده است. انتظار نمی‌رود که خواننده از موضوعات فصل دوم بیشتر از آشنایی با مباحث اولیه آمار (میانگین، انحراف معیار، توزیع نرمال، ...) دانش قبلی داشته باشد و ریاضیاتی مثل لگاریتم، توان و اندکی حسابان کفایت می‌کند. بیشتر مباحث طرح شده بدون این دانش قبلی هم قابل درک هستند.

تلاش برای تشریح حسابان ایتویی فراتر از حیطه کتاب حاضر است، اما در فصل سوم، حرکت براونی^۵ و توجیه آینشتاین^۶ که چرا برای حرکت براونی قواعد معمول حسابان عمل نمی‌کنند به صورت شهودی بیان می‌شود. رویکرد ما نسبت به فرمول بلک-شولز از طریق درخت دوجمله‌ای^۷ است، که برای آن یک نظریه قیمت‌گذاری اختیار خودکفا وجود دارد. این موضوع با جزئیات پوشش داده می‌شود و ارزشمند است که با جزئیات به این موضوعات پرداخت، زیرا مفاهیم آن بر اساس چارچوبی است که به سادگی قابل درک هستند. آنچه که در ادامه فصل می‌آید مسلماً فقط تکنیک‌هایی برای پوشش موارد پیچیده‌تر است که از همان ایده‌های مشابه بهره می‌برد. به علاوه، درخت دوجمله‌ای به عنوان یک روش محاسباتی برای محاسبه فرمول بلک-شولز می‌تواند تلقی شود که توجیهی هم برای فرمول بلک-شولز در اختیارمان قرار می‌دهد.

قیمت‌گذاری اختیارات در ساده‌ترین شکلش درباره اختیاراتی بر روی دارایی‌هایی مثل سهام است، که در آن قیمت تنها یک عدد است که در طول زمان تغییر می‌کند. اختیارات مربوط به نرخ‌های بهره هم هستند و به همان اندازه مهمند، که در آن ارزش دارایی پایه در هر زمان دیگر فقط یک عدد نیست، بلکه یک منحنی کامل به نام منحنی بازده^۸ است. این اختیارات بسیار پیچیده‌تر اما جذاب‌تر هستند، که موضوع فصل ۴ است. در فصل بعدی به موضوع ریسک اعتباری پرداخته

-
1. futures markets
 2. frequentist
 3. subjectivist
 4. Fundamental Theorem of Asset Pricing
 5. Brownian Motion
 6. Einstein
 7. binomial tree
 8. yield curve

می‌شود، ریسک اینکه طرف مقابل^۱ شما ممکن است از تعهدات آتی خود نکول^۲ کند. معامله کردن ریسک اعتباری از تعدادی تقریباً هیچ به حجم بسیار بزرگی در ابتدای این قرن رسید و مباحث مرتبط با آن در بحران مالی سال ۲۰۰۸ نقش کمی نداشتند.

فصل ۶ درباره یک موضوع به ظاهر متفاوت بحث می‌کند، به نام مدیریت سرمایه که هدفش تشکیل پرتفوی از دارایی‌ها برای پیشینه سازی بازده سرمایه گذاری است. در این مبحث یک رویکرد MF-محور توسط رابرت مرتون در سال ۱۹۶۹ آغاز شد. مدیریت سرمایه یک صنعت عظیم است و با ظهور صندوقهای پوششی^۳ که از راهبردهای پیچیده‌ای بهره می‌برند به مسئله‌ای بسیار فنی تبدیل شده است. بنابراین حتی با وجود آن که تاثیر نظریه بر کاربردهای عملی این حوزه بسیار کمتر از دیگر موضوعات پوشش داده شده در فصل‌های قبلی است، چنین مطالعاتی اهمیت بسیاری دارند. همچنین بینش‌های جدیدی نیز در این زمینه وجود دارد و ویژگی‌هایی از بازار سهام را منعکس می‌کند که تا آن زمان کمتر مورد توجه بود.

در هر مرکز مالی، یک میز معاملاتی^۴ وجود دارد که در آن معامله‌گران معاملات خود را انجام می‌دهند و در طبقه بالاتر یا پایین‌تر از آن، اداره مدیریت ریسک قرار دارد که کارش نظارت بر معاملات و اطمینان یافتن از این است که این مرکز مالی، ریسک زیادی نپذیرد و در تطابق با مقررات مالی باشد. همه موسسات مالی طبق یک چارچوب قانونی عمل می‌کنند که الزامات نظارتی^۵ را بر آنها اعمال می‌کند. مقیاس این قواعد در عصر پسابحران گسترده و به طور قابل توجهی سختگیرانه تر شده، به طوری که باعث افزایش فعالیتهای مدیریت ریسک و به تبع آن تلاشهایی برای توسعه و بهره‌گیری از محاسبات کمی شده است. همه این موارد موضوع فصل ۷ هستند. این مبحثی است که آمار نقش مهمی در آن دارد.

فصل آخر به بحران ۲۰۰۸ و پیامدهای آن می‌پردازد. سال ۲۰۰۸ نقطه عطفی برای مالیه و تغییر جهتی کامل برای MF بود. موضوعات سنتی قیمت گذاری و نظریه آربیتراژ همچنان پابرجا هستند و از اهمیت آنها کاسته نشده است. اما دیگر تنها مرکز توجه تحقیقات نیستند، زیرا از نظر بنیادین نظریه کامل است و اکثر قراردادهای عجیب و غریب^۶ هم در محیط مقرراتی جدید غیرقابل استفاده شده‌اند. از سوی دیگر، مجموعه سوالات جدیدی درباره رفتار و تعامل بازارها مطرح شده و پیامدهای ظهور فناوری‌های جدید، که اکنون با عنوان فینتک^۷ (فناوری مالی) شناخته می‌شوند، باید مد نظر قرار گیرند.

1. counterparty

2. default

3. hedge funds

4. trading floor

5. regulatory requirements

6. exotic contracts

7. FinTech

آنچه که در این کتاب حضور ندارد تحلیل ها و محاسبات عددی هستند. شاید این غیبت با توجه به اینکه محاسبه گران کمی نزدیک به ۸۰ درصد زمان خود را صرف توسعه الگوریتم ها و کدنویسی می کنند غیرعادی بنظر بیاید، اما نمی توان این موضوعات را در کتابی که هدفش ارائه یک مقدمه بسیار کوتاه است جا داد. علاوه بر این مسلما این موضوع بسیار عمومی است و طیف وسیعی از کاربردها در علوم و مهندسی را پوشش می دهد. من ترجیح دادم بر محتوای مفهومی موضوعات مختص MF متمرکز شوم. الگوریتم ها سزاوار این هستند که یک مجلد کامل مختص خودشان داشته باشند.

من از افراد زیادی مطالب گسترده ای را آموختم که باید از آنها تشکر مناسبی کنم. اما به طور ویژه به یوگن وانگ اشاره می کنم، که اولین دوره فرایندهای استوکاستیک را در برکلی با او گذراندم (چگونه می توانستم بدانم که قرار است به کجا منتهی شود؟) و همچنین جوهان بیوم که در شرکت میتسویشی فایننس به من آموخت چگونه یک محاسبه گر کمی باشم. النا مدووا و مایکل دمپستر از همراهان من در این راه بودند، که به طور مداوم ایده های جدیدی را مطرح کرده و الهام بخش و مشوق من بودند. در نهایت، مثل همیشه از همسرم جسیکا برای حمایت و بردباریش هنگام کار کردن دوباره من روی نگارش یک پروژه تشکر میکنم. حداقل این یکی پروژه بسیار کوتاهی بود!

مارک دیویس

لندن، سپتامبر ۲۰۱۸

فهرست مطالب

فصل اول. پول، بانکداری و بازارهای مالی	۱۹
پول	۱۹
بازارهای مالی	۲۲
فصل دوم. مقداری سازی ریسک	۳۱
مدل سازی استوکاستیک	۴۳
فصل سوم. نظریه کلاسیک قیمت گذاری اختیارات	۴۹
مدل های دو جمله ای	۵۳
مدل های زمان پیوسته	۶۲
سطح تلاطم	۶۹
اختیارات آمریکایی	۷۳
نظریه بنیادین قیمت گذاری دارایی	۷۵
فصل چهارم. نرخ های بهره	۷۹
فصل پنجم. ریسک اعتباری	۹۵
مدلسازی و تحلیل ریسک اعتباری	۹۸
ریسک اعتباری دارایی های چندگانه	۱۰۷

فصل ششم. مدیریت سرمایه ۱۱۳

فصل هفتم. مدیریت ریسک ۱۲۵

فصل هشتم. بحران بانکداری و پیامدهای آن ۱۳۵

بحران بانکداری ۲۰۰۸ ۱۳۵

مالیه ریاضیاتی پسا بحران ۱۳۸

مراجع ۱۴۳

پول، بانکداری و بازارهای مالی

پول

مالیه^۱ درباره پول است و وقتی به آن فکر می‌کنیم متوجه می‌شویم که مفهومی دست نیافتنی است. عصر کارت‌های بدون تماس و سیستم‌های پرداخت موبایلی که پول در آن‌ها نمود فیزیکی ندارد، درک این مفهوم را دشوارتر ساخته و هنوز بر سر این که آیا سیستم‌های پرداخت رمز ارزی مانند بیت‌کوین، واجد شرایط پول هستند یا نه اختلاف نظر وجود دارد. در دنیای تجارت، پول در بیشتر مواقع تنها مجموعه‌ای از اعداد در صورتحسابها است و از آنجایی که در واحدهای هنگفتی مانند میلیون (۱ میلیون = ۱,۰۰۰,۰۰۰)، میلیارد (۱ میلیارد = ۱۰۰۰ میلیون)، یا حتی تریلیون (۱ تریلیون = ۱۰۰۰ میلیارد) نوشته می‌شود، ارتباط برقرار کردن با این اعداد معمولاً دشوار است. گاهی مبالغ پولی در گزارشات خبری به اشتباه به جای میلیارد، میلیون نوشته می‌شوند. همین اشتباه تاییی یک کاراکتری تفاوت بسیاری ایجاد می‌کند.

نیاز به وسیله‌ای برای انجام مبادلات^۲ از زمان‌های بسیار قدیم شناخته شده است. نخستین وسیله مبادله، پول کالایی^۳ بود که مقدار ثابتی از برخی کالاهای مشخص مانند برنج، روغن زیتون یا مس به عنوان واحد پولی قیمت دیگر چیزها (چه برای کالاهای دیگر، چه کالاهای تولیدی یا نرخ

1. Finance

2. medium of exchange

3. commodity money